UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – JULIO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

Elija una de las dos opciones.

No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado.

No se permiten calculadoras gráficas, ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]

A. [3 PUNTOS] Una empresa que fabrica bombillas debe satisfacer un pedido de 450 unidades que empaqueta en cajas de tamaños distintos. Hay dos modelos de cajas, A y B, en los que caben respectivamente 15 y 20 unidades. Se dispone de un total de k cajas. Además, el número de cajas del modelo A coincide con las dos terceras partes del total de cajas del modelo B. El sistema de ecuaciones lineales que permite calcular el número de cajas de cada modelo a utilizar para enviar el pedido, es el siguiente:

$$\begin{cases} 15x+20y=450 \\ x+y=k \\ 3x-2y=0 \end{cases}$$

Determinar, según el número total de cajas disponibles, (según los valores del parámetro k), los casos en los que el sistema tiene o no tiene solución, y si esta es única o no. Resolver el sistema cuando tenga solución.

B. [0,5 PUNTOS] Sean A y B dos matrices cuadradas de dimensión 3. Sus determinantes tienen como valor –3 y 10 respectivamente. Con estos datos, calcular:

B1. [0,25 PUNTOS] $\left|A^{-1}B^2\right|$

B2. [0,25 PUNTOS] $\left|CB^t\right|$, siendo C la matriz resultante de multiplicar la tercera fila de A por 6, y B^t la matriz traspuesta de B.

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

A. [2,9 PUNTOS] Dada la función $f(x)=-x^2+3x+5$

A1. [0,1 PUNTOS] Obtener los puntos de corte con los ejes OX y OY.

A2. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

A3. [0,5 PUNTOS] Dibujar la región delimitada por la curva anterior y la recta $y=x-3$.

A4. [1,7 PUNTOS] Calcular el área de la región anterior.

B. [0,6 PUNTOS] Sea ahora la función $f(x)=\dfrac{x^2-x-12}{x^2-2x-15}$. ¿En qué puntos es discontinua? ¿Se puede definir de nuevo esta función para evitar alguna discontinuidad?

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]

La edad de los asistentes a un concierto de música clásica celebrado recientemente en la ciudad, sigue una distribución normal con desviación típica de 3 años. Una muestra aleatoria de 350 espectadores ha dado como resultado una edad media de 64,3 años.

A. [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 92% para la edad media de los asistentes.

B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra si deseamos que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 98% sea de 0,7?

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]

Una empresa textil confecciona dos estampados diferentes: A y B. Debe satisfacer una demanda de al menos 50 rollos de tela del estampado A; y de al menos 50 rollos del estampado B. Los ingresos obtenidos por rollo de tela son de 30 euros para el estampado A y de 20 euros para el B. Por otro lado, el número de rollos del B no debe ser inferior a la mitad de rollos del estampado A. Además, la capacidad del almacén es de 375 rollos.

¿Cuántos rollos de tela de cada tipo de estampado debe producir para obtener unos ingresos máximos?

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

A. [1,75 PUNTOS] Dada la función, determinar los valores de a y b para los que la función es continua en $x = -2$ y en $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} -6x+3 & si \quad -4 < x < -2 \\ x^2 + ax + 5 & si \quad -2 \le x < 0 \\ \dfrac{x+15}{x+b} & si \quad 0 \le x < 3 \end{cases}$$

B. [1,75 PUNTOS] Determinar las asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{2x^2+5}{x^2+4x-21}$. Si existen asíntotas verticales, esbozar la posición de la gráfica respecto a las mismas, calculando previamente los límites laterales correspondientes.

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]

Se tienen dos urnas. La urna I tiene 2 bolas negras, 3 rojas y 5 amarillas. La urna II contiene 3 bolas negras, 4 rojas y 3 amarillas. Se lanza un dado. Si sale 1, 3 o 5, se extrae una bola de la urna I. Si sale 2, 4 o 6, se extrae una bola de la urna II.

A. [1 PUNTO] Calcular la probabilidad que tenemos de extraer una bola amarilla.

B. [1 PUNTO] Si hemos extraído una bola roja, ¿cuál es la probabilidad de que se haya extraído de la urna I?

C. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola amarilla de la urna II?

SOLUCIONES

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]

A. [3 PUNTOS] Una empresa que fabrica bombillas debe satisfacer un pedido de 450 unidades que empaqueta en cajas de tamaños distintos. Hay dos modelos de cajas, A y B, en los que caben respectivamente 15 y 20 unidades. Se dispone de un total de *k* cajas. Además, el número de cajas del modelo A coincide con las dos terceras partes del total de cajas del modelo B. El sistema de ecuaciones lineales que permite calcular el número de cajas de cada modelo a utilizar para enviar el pedido, es el siguiente:

$$\begin{cases} 15x+20y=450 \\ x+y=k \\ 3x-2y=0 \end{cases}$$

Determinar, según el número total de cajas disponibles, (según los valores del parámetro *k*), los casos en los que el sistema tiene o no tiene solución, y si esta es única o no. Resolver el sistema cuando tenga solución.

B. [0,5 PUNTOS] Sean A y B dos matrices cuadradas de dimensión 3. Sus determinantes tienen como valor –3 y 10 respectivamente. Con estos datos, calcular:

B1. [0,25 PUNTOS] $\left|A^{-1}B^2\right|$

B2. [0,25 PUNTOS] $\left|CB^t\right|$, siendo *C* la matriz resultante de multiplicar la tercera fila de *A* por 6, y B^t la matriz traspuesta de *B*.

A. El problema se limita a discutir el sistema:

$$\begin{cases} 15x+20y=450 \\ x+y=k \\ 3x-2y=0 \end{cases}$$

Este sistema tiene asociada una matriz de coeficientes y una matriz ampliada:

$$A=\begin{pmatrix} 15 & 20 \\ 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \quad A/B=\begin{pmatrix} 15 & 20 & 450 \\ 1 & 1 & k \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Veamos cuando los rangos de ambas matrices son iguales, en cuyo caso el sistema tendrá solución.

El rango de A como máximo es 2 y como el menor formado por la 1ª y 2ª fila es no nulo, el rango de A es 2.

$$\begin{vmatrix} 15 & 20 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=15-20=-5\neq 0$$

El rango de A/B es como máximo 3, veamos cuando el determinante es nulo.

$$|A/B|=\begin{vmatrix} 15 & 20 & 450 \\ 1 & 1 & k \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}=0+60k-900-1350+30k=90k-2250$$

Lo igualamos a cero.

$$|A/B|=0 \Rightarrow 90k-2250=0 \Rightarrow k=\frac{2250}{90}=25$$

Si $k\neq 25$ el rango de A/B es 3 distinto del rango de A que es 2. El sistema no tiene solución.

Si $k=25$ el rango de A/B no es 3 y por tanto vale 2 al igual que el rango de A e igual al número de incógnitas. El sistema tiene una única solución.
Resolvemos en este caso el sistema, que con k = 25 queda:

$$\begin{cases} 15x+20y=450 \\ x+y=25 \\ 3x-2y=0 \end{cases} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 15 \cdot \text{Ecuación } 2^a \text{ - Ecuación } 1^a \\ \begin{array}{rrcr} 15x & +15y & = & 375 \\ -15x & -20y & = & -450 \\ \hline & -5y & = & -75 \end{array} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 5 \cdot \text{Ecuación } 3^a \text{ - Ecuación } 1^a \\ \begin{array}{rrcr} 15x & -10y & = & 0 \\ -15x & -20y & = & -450 \\ \hline & -30y & = & -450 \end{array} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 15x+20y=450 \\ -5y=-75 \\ -30y=-450 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x+20y=450 \\ y=\dfrac{-75}{-5}=15 \\ y=\dfrac{-450}{-30}=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x+300=450 \\ \boxed{y=15} \end{cases} \Rightarrow 15x=450-300 \Rightarrow \boxed{x=\frac{150}{15}=10}$$

Si $k=25$ la solución es x = 10 cajas del tipo A e y = 15 cajas del tipo B.

B.

B1. $\left|A^{-1}B^2\right|=\left|A^{-1}\right|\cdot\left|B^2\right|=\dfrac{1}{|A|}\cdot|B|^2=\dfrac{1}{-3}\cdot 10^2=-\dfrac{100}{3}$

B2. $|C|=6|A|=6\cdot(-3)=-18$ y además $\left|B^t\right|=|B|=10$, por lo que

$\left|CB^t\right|=|C|\cdot\left|B^t\right|=(-18)(10)=-180$

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]
A. [2,9 PUNTOS] Dada la función $f(x)=-x^2+3x+5$
A1. [0,1 PUNTOS] Obtener los puntos de corte con los ejes OX y OY.
A2. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.
A3. [0,5 PUNTOS] Dibujar la región delimitada por la curva anterior y la recta $y=x-3$.
A4. [1,7 PUNTOS] Calcular el área de la región anterior.

B. [0,6 PUNTOS] Sea ahora la función $f(x)=\dfrac{x^2-x-12}{x^2-2x-15}$. ¿En qué puntos es discontinua? ¿Se puede definir de nuevo esta función para evitar alguna discontinuidad?

A1.

Si $x=0 \Rightarrow y=f(0)=-0^2+0+5=5$

El punto de corte de la gráfica de la función con el eje OY es P(0, 5).

Si $y=0 \Rightarrow 0=-x^2+3x+5 \Rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+20}}{-2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{29}}{-2}=\begin{cases} =\dfrac{-3+\sqrt{29}}{-2}=1{,}19 \\ =\dfrac{-3-\sqrt{29}}{-2}=4{,}19 \end{cases}$

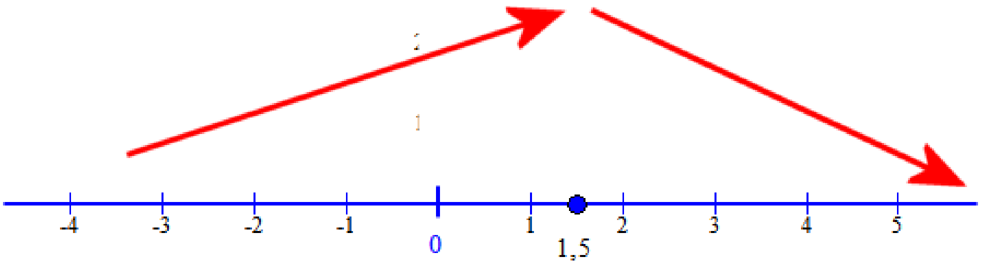
Los puntos de corte de la gráfica de la función con el eje OX son Q(1,19, 0) y R(4,19, 0)

A2.

La derivada de la función $f(x) = -x^2 + 3x + 5$ es $f'(x) = -2x + 3$. Si la igualamos a cero, para buscar los puntos críticos $f'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

En el intervalo $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ tomamos x = 0 y la derivada vale $f'(0) = 0 + 3 = 3 > 0$. La función crece.

En el intervalo $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ tomamos x = 2 y la derivada vale $f'(2) = -4 + 3 = -1 < 0$. La función decrece.



La función crece en el intervalo $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ y decrece en $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$.

Tiene un máximo relativo en $x = \frac{3}{2}$.

A3.

Averiguamos los puntos de corte de las dos funciones.

$$\left.\begin{array}{l} y = -x^2 + 3x + 5 \\ y = x - 3 \end{array}\right\} \Rightarrow -x^2 + 3x + 5 = x - 3 \Rightarrow -x^2 + 2x + 8 = 0$$

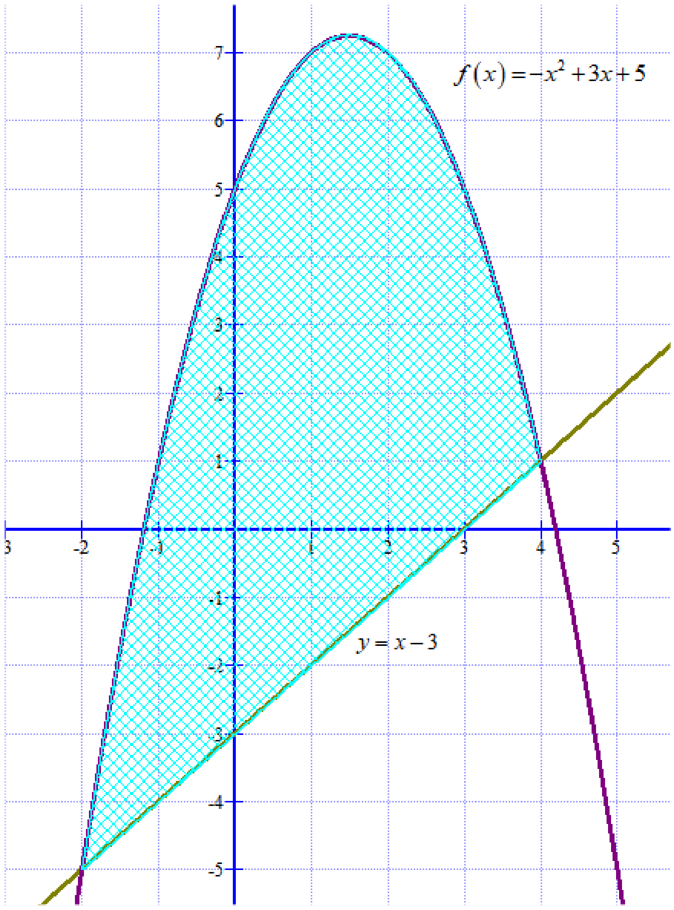
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{-2} = \frac{-2 \pm 6}{-2} = \begin{cases} = \dfrac{-2+6}{-2} = -2 \\ = \dfrac{-2-6}{-2} = 4 \end{cases}$$

Las gráficas de la parábola y la recta coinciden en x = –2 y x = 4

Realizamos una tabla de valores para cada función.

x	$y = -x^2 + 3x + 5$
-2	-5
1	7
$1{,}5$	$7{,}25$
4	1

x	$y = x - 3$
-2	-5
1	-2
4	1



A4. El área es la integral definida:

$$\int_{-2}^{4} -x^2+3x+5-(x-3)\,dx = \int_{-2}^{4} -x^2+2x+8dx = \left[-\frac{x^3}{3}+x^2+8x\right]_{-2}^{4} =$$

$$= \left[-\frac{4^3}{3}+4^2+32\right]-\left[-\frac{(-2)^3}{3}+(-2)^2+8(-2)\right] = -\frac{64}{3}+48-\frac{8}{3}-4+16 = 60-24 = 36$$

$$\acute{A}rea = 36\,u^2$$

B. La función es discontinua en los valores que anulan el denominador.

$$f(x) = \frac{x^2-x-12}{x^2-2x-15} \Rightarrow x^2-2x-15=0 \Rightarrow x = \frac{2\pm\sqrt{4+60}}{2} = \frac{2\pm 8}{2} = \begin{cases} \dfrac{2+8}{2} = 5 = x \\ \dfrac{2-8}{2} = -3 = x \end{cases}$$

La función es discontinua en $x = -3$ y en $x = 5$.

Veamos si existe el límite de la función en alguno de estos valores.

En $x = 5$:

$$\lim_{x\to 5} f(x) = \lim_{x\to 5} \frac{x^2-x-12}{x^2-2x-15} = \frac{25-5-12}{25-10-15} = \frac{8}{0} = \infty$$

En x = –3:

$$\lim_{x\to -3} f(x)=\lim_{x\to -3}\frac{x^2-x-12}{x^2-2x-15}=\frac{9+3-12}{0}=\frac{0}{0}=\text{Indeterminación}=\dots$$

Factorizamos los polinomios del numerador y denominador.

$$x^2-x-12=0\Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{2}=\frac{1\pm 7}{2}=\begin{cases}\frac{1+7}{2}=4=x\\ \frac{1-7}{2}=-3=x\end{cases}\Rightarrow x^2-x-12=(x+3)(x-4)$$

$$x^2-2x-15=0\Rightarrow\begin{cases}x=-3\\ x=5\end{cases}\Rightarrow x^2-2x-15=(x+3)(x-5)$$

$$\dots=\lim_{x\to -3}\frac{\cancel{(x+3)}(x-4)}{\cancel{(x+3)}(x-5)}=\lim_{x\to -3}\frac{x-4}{x+5}=\frac{-4}{5}$$

Se puede definir de nuevo para que sea continua en *x = –3*. La discontinuidad en *x = 5* es inevitable. La nueva definición sería:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-12}{x^2-2x-15} & si \quad x\neq -3\\ \dfrac{-4}{5} & si \quad x=-3\end{cases}$$ es discontinua en *x = 5*

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]
La edad de los asistentes a un concierto de música clásica celebrado recientemente en la ciudad, sigue una distribución normal con desviación típica de 3 años. Una muestra aleatoria de 350 espectadores ha dado como resultado una edad media de 64,3 años.
A. [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 92% para la edad media de los asistentes.
B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra si deseamos que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 98% sea de 0,7?

A.

Sea X la variable aleatoria que mide la edad de los asistentes a un concierto de música clásica. Sabemos que sigue una N(**μ**, 3).

Utilizamos la fórmula $\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ para establecer el intervalo de confianza.

n = 350, $\bar{x}$ = 64,3 años, σ = 3 años

1 – ∝ = 0,92 → ∝ = 0,08 →∝/2 = 0’04 →1 – ∝/2 = 0,96 → $z_{\alpha/2}$ **= 1,75**

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(64,3-1,75\cdot\frac{3}{\sqrt{350}},\ 64,3+1,75\cdot\frac{3}{\sqrt{350}}\right)$$

$$\boxed{\text{Intervalo de confianza}=(64.01,\ 64.58)}$$

B. Para un nivel de confianza del 98% averiguamos $z_{\alpha/2}$.

1 – ∝ = 0,98 → ∝ = 0,02 →∝/2 = 0'01 →1 – ∝/2 = 0,99 → $z_{\alpha/2}$ **= 2,33**

Como el error es 0,7 entonces:

$$z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,7 \Rightarrow 2,33 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} = 0,7 \Rightarrow 2,33 \cdot \frac{3}{0,7} = \sqrt{n} \Rightarrow n = \left(2,33 \cdot \frac{3}{0,7}\right)^2 = 99,7$$

El tamaño mínimo de la muestra es 100.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]
Una empresa textil confecciona dos estampados diferentes: A y B. Debe satisfacer una demanda de al menos 50 rollos de tela del estampado A; y de al menos 50 rollos del estampado B. Los ingresos obtenidos por rollo de tela son de 30 euros para el estampado A y de 20 euros para el B. Por otro lado, el número de rollos del B no debe ser inferior a la mitad de rollos del estampado A. Además, la capacidad del almacén es de 375 rollos.
¿Cuántos rollos de tela de cada tipo de estampado debe producir para obtener unos ingresos máximos?

Llamemos x = número de rollos del estampado A y = número de rollos del estampado B.
Las restricciones del problema son:
Al menos 50 rollos de tela del estampado A → $x \geq 50$
Al menos 50 rollos de tela del estampado B → $y \geq 50$

El número de rollos del B (y) no debe ser inferior a la mitad de rollos del estampado A (x) → $y \geq \frac{x}{2}$

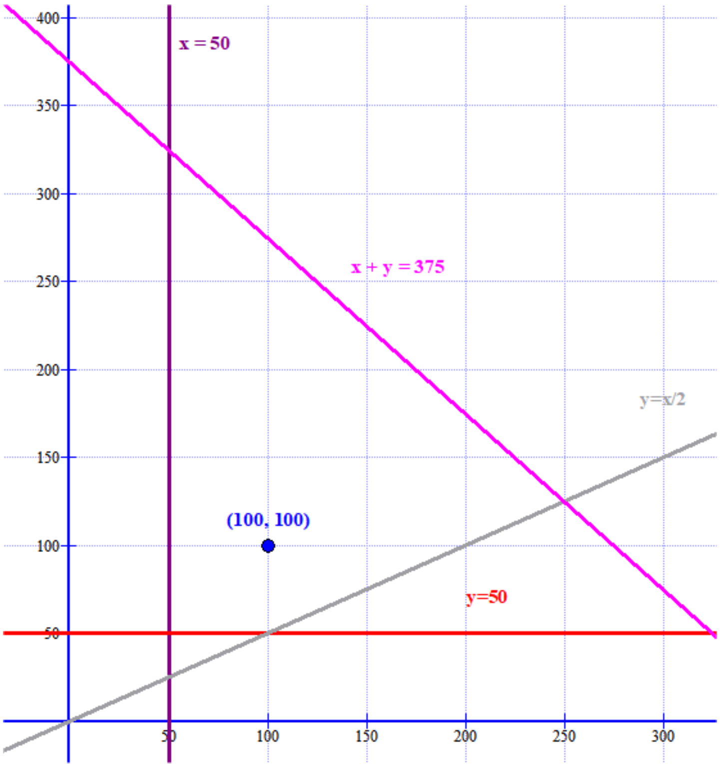
La capacidad del almacén es de 375 rollos → $x + y \leq 375$
Las reunimos todas las restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 50 \\ y \geq 50 \\ y \geq \frac{x}{2} \\ x + y \leq 375 \end{array}\right\}$$

Por otro lado, la función que debemos maximizar es la función ingresos:

$$I(x, y) = 30x + 20y$$

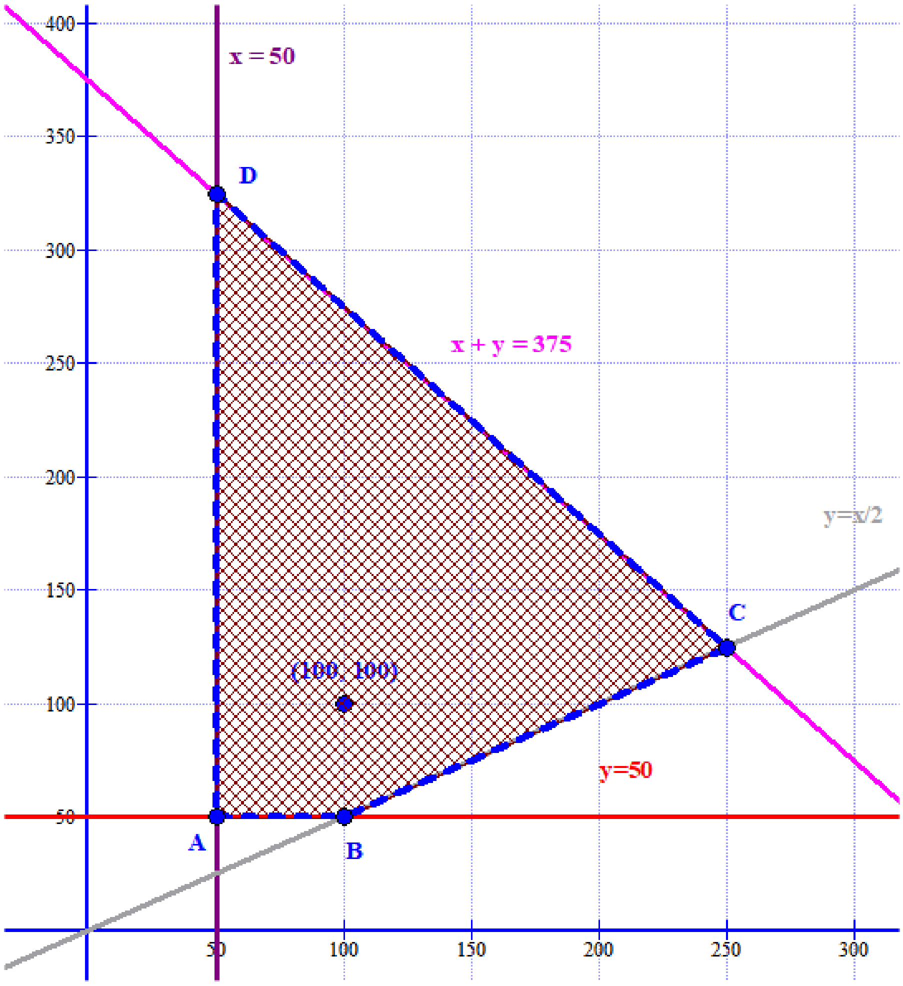
Dibujemos la región objetivo:
Para ello dibujamos las rectas asociadas a cada restricción:



Y decidiendo la zona objetivo probamos el punto (100, 100) y cumple todas las restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} 100 \geq 50 \\ 100 \geq 50 \\ 100 \geq \dfrac{100}{2} \\ 100+100 \leq 375 \end{array}\right\}$$

Luego la zona es:



$$\left.\begin{array}{l} y=\dfrac{x}{2} \\ x+y=375 \end{array}\right\} \Rightarrow x+\frac{x}{2}=375 \Rightarrow 2x+x=750 \Rightarrow x=\frac{750}{3}=250 \Rightarrow y=\frac{250}{2}=125 \text{ El punto C}$$

$$\left.\begin{array}{l} x=50 \\ x+y=375 \end{array}\right\} \Rightarrow 50+y=375 \Rightarrow y=325 \text{ El punto D}$$

Las coordenadas de los vértices de la región factible y candidatos a maximizar la función ingresos son A(50, 50), B(100, 50), C(250, 125) y D(50, 325).

Veamos cuál de estos puntos da un ingreso máximo.

A(50, 50) → $I(50,50)=1500+100=2500€$

B(100, 50) → $I(100,50)=3000+1000=4000€$

C(250, 125) → $I(250,125)=7500+2500=10000€$

D(50, 325) → $I(50,325)=1500+6500=8000€$

El máximo ingreso se obtiene con 250 estampados del tipo A y 125 del tipo B.

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

A. [1,75 PUNTOS] Dada la función, determinar los valores de a y b para los que la función es continua en $x = -2$ y en $x = 0$.

$$f(x)=\begin{cases} -6x+3 & si \quad -4<x<-2 \\ x^2+ax+5 & si \quad -2\le x<0 \\ \dfrac{x+15}{x+b} & si \quad 0\le x<3 \end{cases}$$

B. [1,75 PUNTOS] Determinar las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{2x^2+5}{x^2+4x-21}$. Si existen asíntotas verticales, esbozar la posición de la gráfica respecto a las mismas, calculando previamente los límites laterales correspondientes.

A. Para que sea continua en $x = -2$ se debe cumplir:

- Existe $f(-2)=(-2)^2+a(-2)+5=9-2a$
- Existe $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^-} -6x+3=12+3=15$.
- Existe $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^+} x^2+ax+5=9-2a$.
- Los tres valores deben ser iguales → $9-2a=15 \Rightarrow -6=-2a \Rightarrow \boxed{a=3}$

Para que sea continua en $x = 0$ se debe cumplir:

- Existe $f(0)=\dfrac{0+15}{0+b}=\dfrac{15}{b}$
- Existe $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} x^2+3x+5=5$.
- Existe $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x+15}{x+b}=\dfrac{15}{b}$.
- Los tres valores deben ser iguales → $\dfrac{15}{b}=5 \Rightarrow \boxed{b=\dfrac{15}{5}=3}$

B.

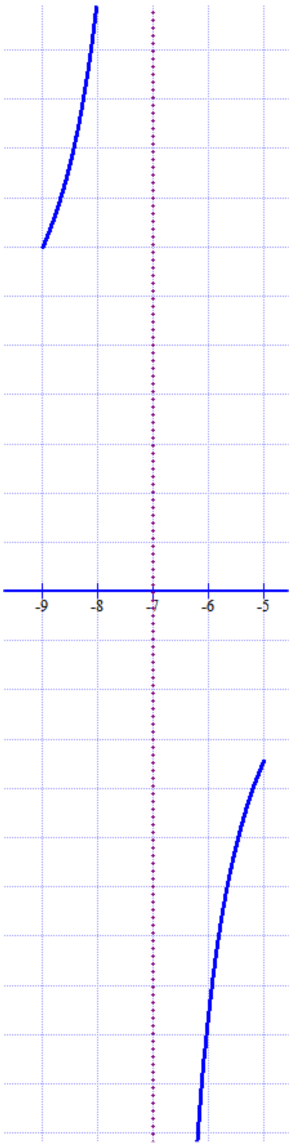
Asíntotas verticales. $x=a$

Debemos buscar los valores que anulen el denominador:

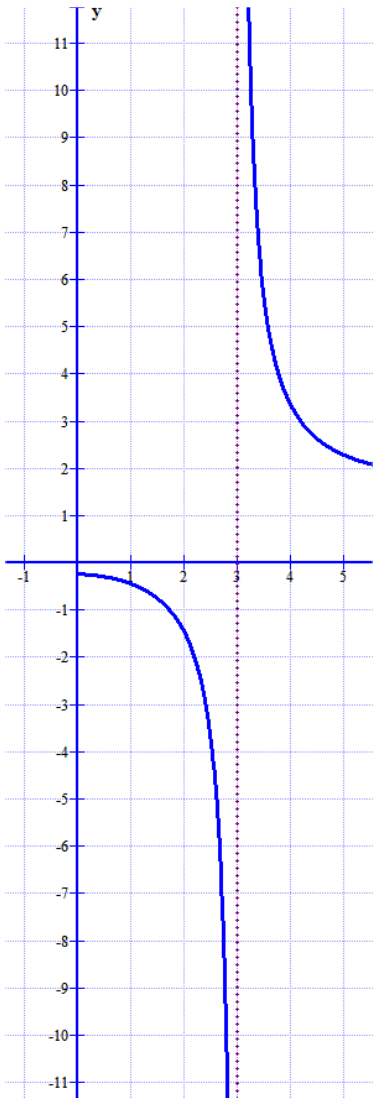
$$x^2+4x-21=0 \Rightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{16+84}}{2}=\frac{-4\pm 10}{2}=\begin{cases} =\dfrac{-4+10}{2}=3 \\ =\dfrac{-4-10}{2}=-7 \end{cases}$$

Las dos asíntotas son $x=3$ y $x=-7$

$$\lim_{x\to -7^-}\frac{2x^2+5}{x^2+4x-21}=\frac{103}{0}=+\infty \quad \left\{\begin{array}{l} \text{Si tomo x = - 8 el denominador vale} \\ 64-32-21=11 \\ \text{y el cociente es } \dfrac{+}{+}=+ \end{array}\right\}$$



$$\lim_{x\to -7^+} \frac{2x^2+5}{x^2+4x-21} = \frac{103}{0} = -\infty \left\{ \begin{array}{l} \text{Si tomo x = - 6 el denominador vale} \\ 36-24-21=-9 \\ \text{y el cociente es } \frac{+}{-} = - \end{array} \right\}$$

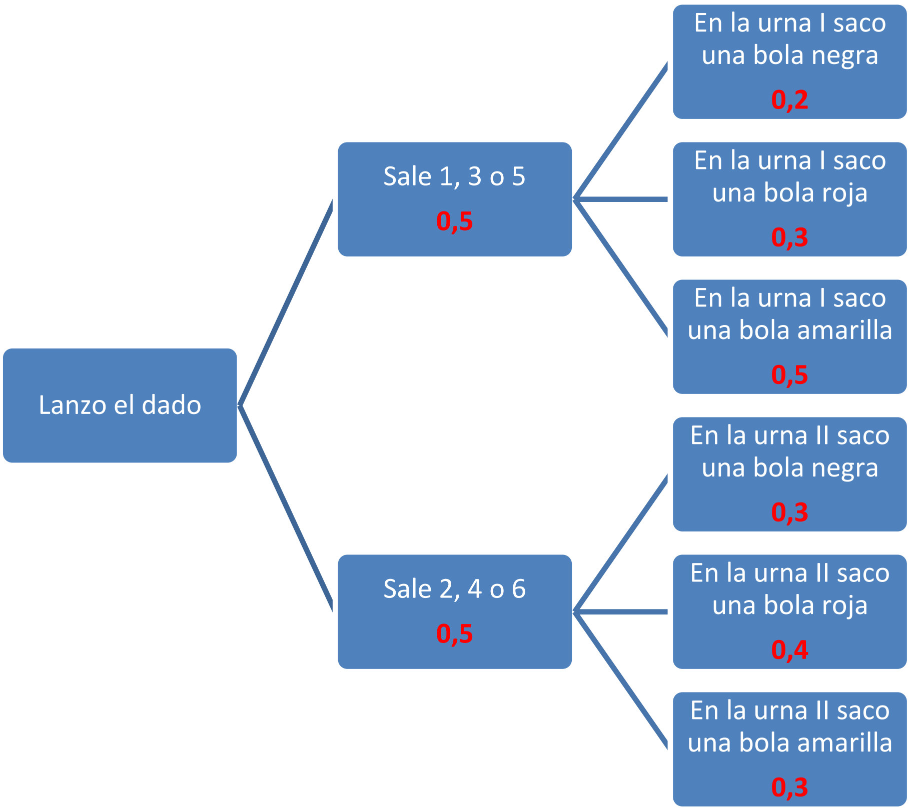


$$\lim_{x\to 3^-} \frac{2x^2+5}{x^2+4x-21} = \frac{23}{0} = -\infty \left\{ \begin{array}{l} \text{Si tomo x = 2 el denominador vale} \\ 4+8-21=-9 \\ \text{y el cociente es } \frac{+}{-} = - \end{array} \right\}$$

$$\lim_{x\to 3^+} \frac{2x^2+5}{x^2+4x-21} = \frac{23}{0} = +\infty \left\{ \begin{array}{l} \text{Si tomo x = 4 el denominador vale} \\ 16+16-21=11 \\ \text{y el cociente es } \frac{+}{+} = + \end{array} \right\}$$

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]
Se tienen dos urnas. La urna I tiene 2 bolas negras, 3 rojas y 5 amarillas. La urna II contiene 3 bolas negras, 4 rojas y 3 amarillas. Se lanza un dado. Si sale 1, 3 o 5, se extrae una bola de la urna I. Si sale 2, 4 o 6, se extrae una bola de la urna II.
A. [1 PUNTO] Calcular la probabilidad que tenemos de extraer una bola amarilla.
B. [1 PUNTO] Si hemos extraído una bola roja, ¿cuál es la probabilidad de que se haya extraído de la urna I?
C. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola amarilla de la urna II?

Construyamos un diagrama de árbol para aclarar la situación planteada:



A. P(Extraer bola amarilla) = P(salga 1, 3 o 5) · P(Extraer bola amarilla en urna I) +
+ P(salga 2, 4 o 6) · P(Extraer bola amarilla en urna II) = 0,5 · 0,5 + 0,5 · 0,3 = $\boxed{0,4}$

B.

$$P\left(\text{Se extrae de la urna I / la bola es roja}\right)=\frac{P\left(\text{Extraer bola roja de la urna I}\right)}{P\left(\text{Extraer bola roja}\right)}=$$

$$=\frac{0,5\cdot 0,3}{0,5\cdot 0,3+0,5\cdot 0,4}=\frac{0,15}{0,35}=\boxed{0,428}$$

C. P(Extraer bola amarilla de la urna II) = P(salga 2, 4 o 6) · P(Extraer bola amarilla en urna II) =
= 0,5 · 0,3 = $\boxed{0,15}$