PROPUESTA B:

B1. Responde a cada una de las tres preguntas que se plantean a continuación.

Bl.1.- Alba, Blanca y Naia son las delanteras titulares de un equipo de fútbol. Entre las tres, en la temporada recién finalizada, han marcado 65 goles. Sabemos que Alba ha marcado 50 % más goles que Blanca, y que Naia ha marcado la mitad de goles que Alba. ¿Cuántos goles ha marcado cada una? **(2 puntos)**

Bl.2.- Sea la función $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$.

(I) Determina la recta tangente en el punto de abscisa $x = 1$. **(0,5 puntos)**

(II) Determina sus asíntotas. **(1 punto)**

(III) Calcula el área que encierra el eje X, la tangente a la curva en el punto de abscisa $x = 1$ (calculada en el primer apartado) y la recta $x = 2$. **(0,5 puntos)**

Bl.3.- La probabilidad de que Alberto conteste a un mensaje de Whatsapp es 0.1. En los últimos 20 minutos ha recibido 3 mensajes.

(I) ¿Cuál es la probabilidad de que conteste a los tres? **(0,5 puntos)**

(II) ¿Cuál es probabilidad de que conteste exactamente a uno? **(0,5 puntos)**

(III) ¿Cuál es probabilidad de que conteste al menos a uno? **(0,5 puntos)**

(IV) ¿Cuál es probabilidad de que no conteste a ninguno? **(0,5 puntos)**

B2. Responde a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación.

B2.1.- Para fabricar coches y cunas de bebé disponemos de 80 kg de acero y 120 kg de aluminio. Cada coche se venderá a 200 euros y cada cuna a 150 euros. Para fabricar un coche son necesarios 1 kg de acero y 3 kg de aluminio y para fabricar una cuna 2 kg de acero y 2 kg de aluminio.

(I) Dibuja en el plano la región factible que represente las posibles cantidades de coches y cunas que podemos fabricar (respetando las restricciones del problema). **(1 punto)**

(II) Escribe la función que representa los ingresos que se obtienen por las ventas e indica el número de coches y de cunas que se deben fabricar para conseguir los máximos ingresos posibles. **(1 punto)**

B2.2.- Sea la función

$$f(x)=\frac{2x}{4-x^2}\ .$$

(I) Estudia razonadamente sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(1 punto)**

(II) Calcula sus asíntotas si las tiene y esboza una representación gráfica. **(1 punto)**

B2.3.- El peso de los estudiantes que ingresan en la Universidad sigue una distribución normal de desviación típica 15 kg.

(I) Si el peso medio fuese 70 kg, ¿cuál sería la probabilidad de que el peso medio de 100 estudiantes superase los 72 kg? **(1 punto)**

(II) El peso medio de una muestra de 225 alumnos es de 72 kg, determina un intervalo de confianza del 95 % para el peso medio de los estudiantes que ingresan en la Universidad. **(1 punto)**

PROPUESTA B:

B1. Responde a cada una de las tres preguntas que se plantean a continuación.

Bl.1.- Alba, Blanca y Naia son las delanteras titulares de un equipo de fútbol. Entre las tres, en la temporada recién finalizada, han marcado 65 goles. Sabemos que Alba ha marcado 50 % más goles que Blanca, y que Naia ha marcado la mitad de goles que Alba. ¿Cuántos goles ha marcado cada una? **(2 puntos)**

Igual que en propuesta A

Bl.2.- Sea la función $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$.

(I) Determina la recta tangente en el punto de abscisa $x = 1$. **(0,5 puntos)**

(II) Determina sus asíntotas. **(1 punto)**

(III) Calcula el área que encierra el eje X, la tangente a la curva en el punto de abscisa $x = 1$ (calculada en el primer apartado) y la recta $x = 2$. **(0,5 puntos)**

Igual que en propuesta A

Bl.3.- La probabilidad de que Alberto conteste a un mensaje de Whatsapp es 0.1. En los últimos 20 minutos ha recibido 3 mensajes.

(I) ¿Cuál es la probabilidad de que conteste a los tres? **(0,5 puntos)**

(II) ¿Cuál es probabilidad de que conteste exactamente a uno? **(0,5 puntos)**

(III) ¿Cuál es probabilidad de que conteste al menos a uno? **(0,5 puntos)**

(IV) ¿Cuál es probabilidad de que no conteste a ninguno? **(0,5 puntos)**

Igual que en propuesta A

B2. Responde a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación.

B2.1.- Para fabricar coches y cunas de bebé disponemos de 80 kg de acero y 120 kg de aluminio. Cada coche se venderá a 200 euros y cada cuna a 150 euros. Para fabricar un coche son necesarios 1 kg de acero y 3 kg de aluminio y para fabricar una cuna 2 kg de acero y 2 kg de aluminio.
(I) Dibuja en el plano la región factible que represente las posibles cantidades de coches y cunas que podemos fabricar (respetando las restricciones del problema). **(1 punto)**
(II) Escribe la función que representa los ingresos que se obtienen por las ventas e indica el número de coches y de cunas que se deben fabricar para conseguir los máximos ingresos posibles. **(1 punto)**

x = número de coches que se pueden fabricar y = número de cunas que se pueden fabricar.

Las ecuaciones que surgen del enunciado son:

- Los valores son positivos y enteros. $x \geq 0$; $y \geq 0$
- Es necesario 1 kg de acero para un coche y 2 para la cuna. Solo se dispone de 80 kg de acero → $x + 2y \leq 80$
- Es necesario 3 kg de aluminio para un coche y 2 para una cuna. Solo se dispone de 120 kg → $3x + 2y \leq 120$

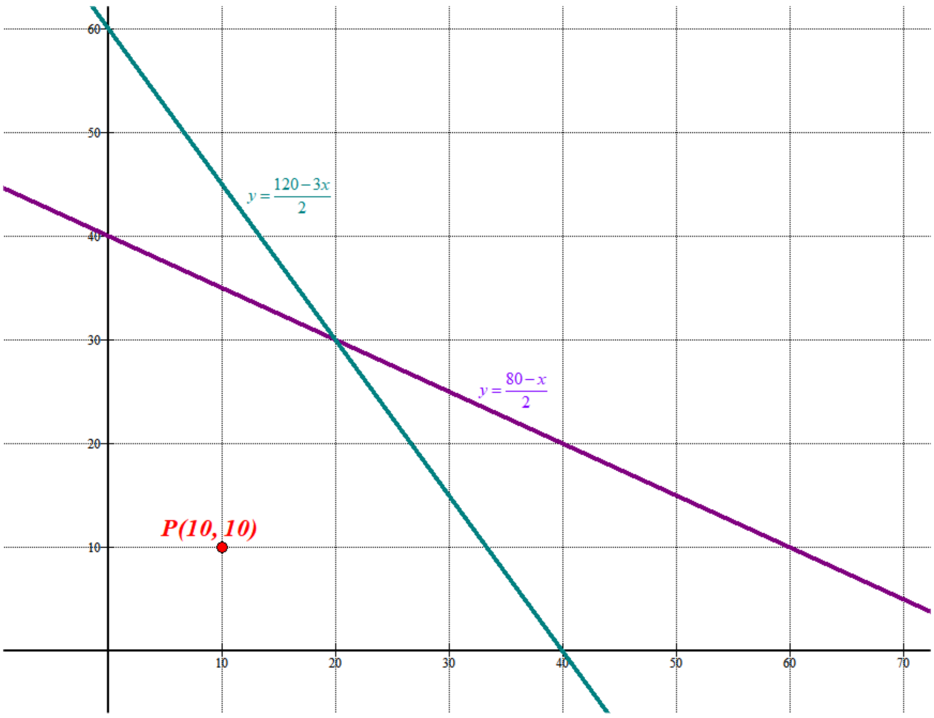
Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 80 \\ 3x + 2y \leq 120 \end{array}\right\}$$

(I) Dibujamos las rectas asociadas a las restricciones.

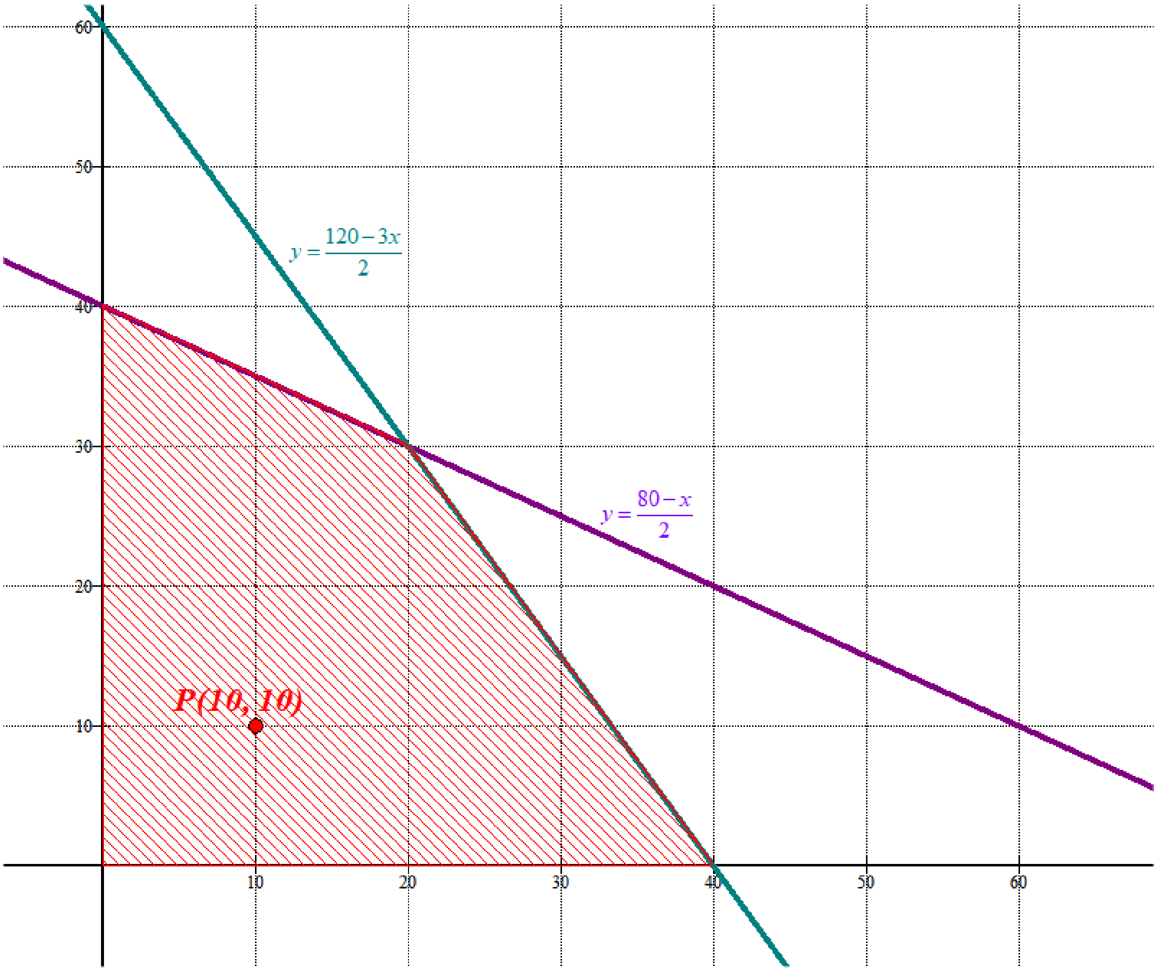
x	$y = \dfrac{80 - x}{2}$
0	40
20	30
40	20
80	0

x	$y = \dfrac{120 - 3x}{2}$
0	60
20	30
30	15
40	0



El punto P(10, 10) está en una zona limitada por los ejes de coordenadas y las dos rectas que acabamos de dibujar. Comprobamos si cumple las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 10 \geq 0 \\ 10 \geq 0 \\ 10+20 \leq 80 \\ 30+20 \leq 120 \end{array}\right\}$$, las cumple y por tanto la región factible es la región que marcamos de rojo.



(II) Cada coche se venderá a 200 euros y cada cuna a 150 euros → $Ingresos(x, y) = 200x + 150y$

Los vértices de la región factible y candidatos a dar unos ingresos máximos son:
A(0,0), B(40, 0), C(0, 40) y D(20, 30).

Veamos los ingresos que se producen en cada punto:
A(0,0), B(40, 0), C(0, 40) y D(20, 30).

$$A(0,0) \rightarrow Ingresos(0,0) = 0$$

$$B(40,\ 0) \rightarrow Ingresos(40,0) = 8000$$

$$C(0,\ 40) \rightarrow Ingresos(0,40) = 6000$$

$$D(20,\ 30) \rightarrow Ingresos(20,30) = 4000 + 4500 = 8500$$

El máximo ingreso se produce en el punto D, que significa producir 20 coches y 30 cunas. Con un beneficio de 8500 €.

B2.2.- Sea la función

$$f(x)=\frac{2x}{4-x^2}\ .$$

(I) Estudia razonadamente sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(1 punto)**
(II) Calcula sus asíntotas si las tiene y esboza una representación gráfica. **(1 punto)**

(I) Sus intervalos de crecimiento y decrecimiento se obtienen a partir de su derivada.

$$f(x)=\frac{2x}{4-x^2}\Rightarrow f'(x)=\frac{2\left(4-x^2\right)-\left(-2x\right)2x}{\left(4-x^2\right)^2}=\frac{8-2x^2+4x^2}{\left(4-x^2\right)^2}=\frac{8+2x^2}{\left(4-x^2\right)^2}$$

Si igualamos a cero la derivada

$$f'(x)=0\Rightarrow\frac{8+2x^2}{\left(4-x^2\right)^2}=0\Rightarrow 8+2x^2=0\Rightarrow 4+x^2=0\Rightarrow x^2=-4\Rightarrow x=\sqrt{-4}=\nexists$$

No tiene solución y por tanto no hay puntos críticos.
El dominio es $\mathbb{R}-\{-2,2\}$.
Estudiemos el signo de la derivada en los intervalos siguientes:

- En $(-\infty,-2)$ tomamos x = –3, la derivada vale $f'(-3)=\dfrac{8+2(-3)^2}{\left(4-(-3)^2\right)^2}=\dfrac{+}{+}>0$. La función crece.
- En $(-2,2)$ tomamos x = 0, la derivada vale $f'(0)=\dfrac{8}{(4)^2}>0$. La función crece.
- En $(2,+\infty)$ tomamos x = 3, la derivada vale $f'(3)=\dfrac{8+18}{(4-9)^2}=\dfrac{26}{25}>0$. La función crece.

La función crece en todo su dominio $\mathbb{R}-\{-2,2\}$.
También se podía haber comprobado viendo que la expresión de la derivada es una función que siempre es positiva.

(II) El dominio es $\mathbb{R}-\{-2,2\}$.

Asíntota vertical. $x=a$

Hay dos asíntotas $x=-2$ y $x=2$. Estudiemos el comportamiento de la función en torno a los puntos de discontinuidad.

$$\lim_{x\to-2^-}f(x)=\lim_{x\to-2^-}\frac{2x}{4-x^2}=\frac{-4}{0}=+\infty;\left\{x=-2,1\to\frac{-4,2}{4-(-2,1)^2}=\frac{-}{-}=+\infty\right\}$$

$$\lim_{x\to-2^+}f(x)=\lim_{x\to-2^+}\frac{2x}{4-x^2}=\frac{-4}{0}=-\infty;\left\{x=-1,9\to\frac{-3,8}{4-(-1,9)^2}=\frac{-}{+}=-\infty\right\}$$

$$\lim_{x\to2^-}f(x)=\lim_{x\to2^-}\frac{2x}{4-x^2}=\frac{4}{0}=+\infty;\left\{x=1,9\to\frac{+3,8}{4-(1,9)^2}=\frac{+}{+}=+\infty\right\}$$

$$\lim_{x\to2^+}f(x)=\lim_{x\to2^+}\frac{2x}{4-x^2}=\frac{4}{0}=-\infty;\left\{x=2,1\to\frac{4,2}{4-(2,1)^2}=\frac{+}{-}=-\infty\right\}$$

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{4-x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{-x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{-x}=\frac{2}{\infty}=0$$

La asíntota horizontal es $y=0$

Asíntota oblicua. $y=mx+n$

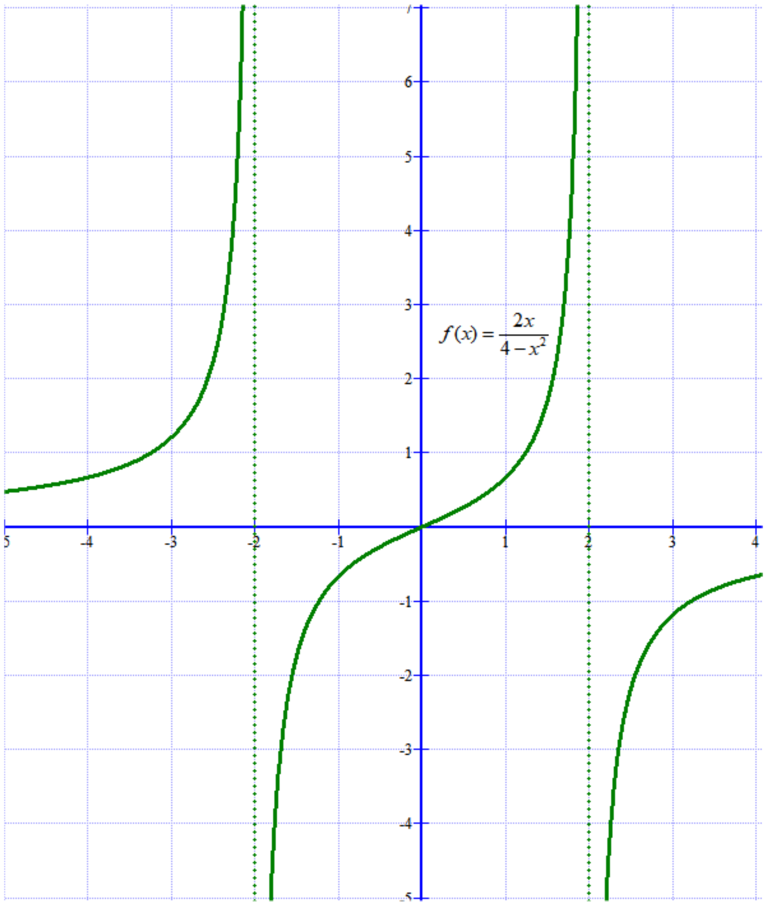
No hay, ya que hay una asíntota horizontal.

Para esbozar la gráfica hacemos una tabla de valores de la función.

x	$y=\dfrac{2x}{4-x^2}$
-4	$0,66$
-3	$1,2$
$-2,5$	$2,22$

x	$y=\dfrac{2x}{4-x^2}$
-1	$-0,66$
0	0
1	$0,66$

x	$y=\dfrac{2x}{4-x^2}$
3	$-1,2$
4	$-0,66$
5	$-0,47$



B2.3.- El peso de los estudiantes que ingresan en la Universidad sigue una distribución normal de desviación típica 15 kg.
(I) Si el peso medio fuese 70 kg, ¿cuál sería la probabilidad de que el peso medio de 100 estudiantes superase los 72 kg? **(1 punto)**
(II) El peso medio de una muestra de 225 alumnos es de 72 kg, determina un intervalo de confianza del 95 % para el peso medio de los estudiantes que ingresan en la Universidad. **(1 punto)**

X = Peso de un estudiante en Kg. X = N(μ,15)

(I) n = 100.

X = N(70, 15) entonces $\overline{X_{100}}=N\left(70,\dfrac{15}{\sqrt{100}}\right)\Rightarrow \overline{X_{100}}=N(70,1\acute{}5)$

$$P\left(\overline{X_{100}} > 72\right) = \{Tipificamos\} = P\left(\frac{\overline{X_{100}} - 70}{1,5} > \frac{72-70}{1,5}\right) = P\left(Z > 1,33\right) =$$

$$= 1 - P\left(Z < 1,33\right) = 1 - 0,9082 = \boxed{0,0918}$$

(II) n = 225. $\overline{x} = 72$. X = N(μ,15)

Un nivel de confianza del 95% significa que:

1 – ∝ = 0,95 → ∝ = 0,05 →∝/2 = 0’025 →1 – ∝/2 = 0,975 → $z_{\alpha/2}$ **= 1,96**

El error es

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow E = 1,96 \cdot \frac{15}{\sqrt{225}} = 1,96$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(72 - 1'96, 72 + 1'96\right)$$

El intervalo de confianza es $\left(70'04, 73'96\right)$.